PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

ESTADÍSTICA

MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN Y DISPERSIÓN

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Se denomina así a los valores numéricos que se toman como referencia para señalar el comportamiento de un conjunto de datos. El objetivo es determinar los valores que pueden ser considerados como representativos de un conjunto de datos. Las medidas de tendencia central que se usan con mayor frecuencia son:

I. MEDIA($\bar{x}$)

a) Para datos no agrupados

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}}$$

x_i ; datos

n: cantidad de datos

Ejemplo:

La media aritmética de los datos: 4, 7, 5, 4, 10

$$\bar{x} = \frac{4 + 7 + 5 + 4 + 10}{5} = 6$$

Nota:

Si los datos tienen cierta frecuencia, se cumple

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

Donde f_i es la frecuencia de cada dato

Ejemplo:

x_i	f_i	$x_i f_i$
10	5	50
13	8	104
15	6	90
18	1	18

$n = \sum f_i \longrightarrow n = 20$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{262}{20} = 13{,}1$$

b) Para datos agrupados en intervalos

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \sum x_i h_i$$

Donde:

x_i: marca de clase

f_i: frecuencia absoluta simple

n: cantidad de datos

h_i: frecuencia relativa simple

Ejemplo:

Peso(Kg)	x_i	f_i	$x_i f_i$
[50,60[	55	4	220
[60,70[	65	12	780
[70,80[	75	5	375
[80,90[	85	4	340
		$\Sigma = 25$	$\Sigma = 1715$

1°) n = $\sum f_i$ ⟶ n = 25

2°) $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{1715}{25}$

$$\bar{x} = 68{,}6$$

II. MODA(M_o)

a) Para datos no agrupados

La moda de un conjunto de datos se define como el valor del dato que ocurre con mayor frecuencia.

Ejemplo:

Dado los siguientes datos, hallar la moda:

06, 08, 13, 04, 12, 12, 08, 07, 04, 13, 15, 07, 08

Observación: M_o= 08 → unimodal

Ejemplo: Datos: 12; 10; 12; 15; 18; 15; 12; 8; 15; 20

M_o = 12, 15 → bimodal

Ejemplo: Datos: 13; 10; 8; 11; 20; 15; 17

M_o = ∄ → amodal

Ejemplo:

notas

x_i	f_i
08	2
10	3
12	6
14	8
16	5

$$M_o = 14$$

b) Para datos agrupados en intervalos

La moda pertenece a la clase modal, la cual es aquella que tiene la mayor frecuencia absoluta simple.
Entonces el valor de la moda es :

$$\boxed{Mo = L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)}$$

Donde:

L_i: Limite inferior de la clase modal

w: ancho de la clase modal

d_1: diferencia entre la frecuencia de la clase modal y de la clase anterior

d_2: diferencia entre la frecuencia de la clase modal y de la clase siguiente

Ejemplo

Peso(kg)	f_i
[50,60[	9
[60,70[	13
[70,80[	18
[80,90[	16
[90,100[	4

d_1=5

d_2=2

1°) Clase Modal: $[70, 80\rangle$

2°) $M_o = L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)$

$$M_o = 70 + 10\left(\frac{5}{5+2}\right)$$

$$M_o = 70 + \frac{50}{7}$$

$$M_o = 77{,}14$$

III. MEDIANA(M_e)

La mediana para un conjunto de datos ordenados(en forma creciente o decreciente) es una cantidad que divide al total de datos en dos partes iguales: 50% a la izquierda y 50% a la derecha.

a) Para datos no agrupados

Ejemplo:

Dado los siguientes datos:

6, 2, 1, 8, 2, 8, 4

Primero ordenamos

central

impar

1; 2; 2; 4; 6; 8; 8 → 7 datos

Me = 4

Ejemplo:

Dado los siguientes datos:

04, 12, 13, 08, 07, 04, 13, 15

Primero ordenamos

centrales

par

04; 04; 07; 08; 12; 13; 13; 15 → 8 datos

$$Me = \frac{08+12}{2} = 10$$

En general:

Si se tiene n datos ordenados

$$x_1; x_2; x_3; \ldots\ldots; x_n$$

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & \text{si n es impar} \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} & \text{si n es par} \end{cases}$$

Ejemplo:

Datos ordenados

$x_1; x_2; x_3; \ldots; x_{25}$

$$Me = x_{\left(\frac{25+1}{2}\right)} = x_{13}$$

Ejemplo:

Datos ordenados

$x_1; x_2; x_3; \ldots; x_{60}$

$$Me = \frac{x_{30} + x_{31}}{2}$$

Ejemplo: notas

x_i	f_i
10	5
12	7
14	8
16	9
18	21

1°) $n = \sum f_i$

$n = 50$

2°) $Me = \frac{x_{25} + x_{26}}{2}$

Ordenando los datos

x_1 x_{20} x_{21} x_{29}

$$\underbrace{10; \ldots; 10}_{5v}; \underbrace{12; \ldots; 12}_{7v}; \underbrace{14; \ldots; 14}_{8v}; \underbrace{16; \ldots; 16}_{9v}; \underbrace{18; \ldots; 18}_{21v}$$

$$Me = \frac{16 + 16}{2} = 16$$

b) Para datos agrupados en intervalos

Es el dato ubicado en la clase mediana
(se define la clase mediana como la primera clase cuya frecuencia absoluta acumulada iguala o exceda a la mitad del total de datos)

Se cumple:

$$Me = Li + w\left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right)$$

Donde:

L_i: límite inferior de la clase mediana

w: ancho de la clase mediana

n: cantidad total de datos

F_{i-1}: frecuencia absoluta acumulada que precede a la clase mediana

f_i: frecuencia absoluta simple

Ejemplo:

Notas	f_i	F_i
[0; 20[	3	3
[20; 40[	4	7
[40; 60[	18	25
* [60; 80[	22	47 → F_i
[80; 100[	13	60

1°) Clase mediana

$n = 60 \rightarrow \frac{n}{2} = 30$ * $F_i \geq 30$

Clase mediana: [60; 80>

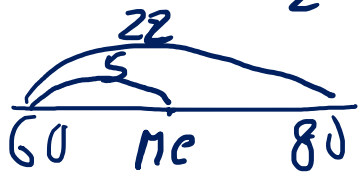
2°) $Me = L_i + w\left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right]$

$Me = 60 + 20\left[\frac{30-25}{22}\right]$

$Me = 64,\overline{54}$

OTRO MÉTODO (SIN FÓRMULA)

$n = 60 \rightarrow \frac{n}{2} = 30$



Se cumple

$\frac{5}{22} = \frac{Me-60}{20} \rightarrow Me = 64,\overline{54}$

MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Son valores que miden el grado de separación o alejamiento de un conjunto de datos con respecto a un valor central de dicho conjunto que generalmente es la media aritmética

I. Varianza (σ^2; s^2)

a) Para datos no agrupados

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Donde

x_i: datos

$\bar{x}$: media de los datos

n : cantidad total de datos

Ejemplo:

Datos: 10, 12; 12; 14; 16

1°) $\bar{x} = \frac{10+12+12+14+16}{5} = 12,8$

2°) $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\sigma^2 = \frac{(-2,8)^2+(-0,8)^2+(-0,8)^2+(1,2)^2+(3,2)^2}{5}$

$\sigma^2 = \frac{7,84+0,64+0,64+1,44+10,24}{5} = \frac{24,8}{5}$

$\sigma^2 = 4,16$

$(-2,8)+(-0,8)+(-0,8)+(1,2)+(3,2)$

Propiedad:

Se cumple $\boxed{\sum(x_i - \bar{x}) = 0}$

$(x_i - \bar{x}) \rightarrow$ desviación de cada dato respecto a la media

Nota:

Si cada dato tiene cierta frecuencia, se cumple:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n} = \frac{\sum x_i^2 . f_i}{n} - \bar{x}^2$$

Donde f_i es el número de veces que se repite el dato x_i

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2$$

Ejemplo:

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
10	5	50	500
12	8	96	1152
14	4	56	784
16	3	48	768

$n = \sum f_i$

$n = 20$

1°) $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{250}{20} = 12{,}5$

2°) $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{3204}{20} - (12{,}5)^2$

$\sigma^2 = 3{,}95$

b) Para datos agrupados en intervalos de clase

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 . f_i}{n} = \frac{\sum x_i^2 . f_i}{n} - \bar{x}^2$$

Donde

x_i: marca de clase

$\bar{x}$: media de los datos

f_i: frecuencia absoluta simple

n : tamaño de la muestra

II. Desviación Estándar (σ, S)

Es la raíz cuadrada de la varianza

$$\sigma = \sqrt{\text{Varianza}}$$

III. Coeficiente de Variación (C.V)

Es la relación entre la desviación estándar y la media aritmética.

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Ejemplo:

Notas	x_i	f_i	$x_i\, f_i$	$x_i^2 f_i$
$[5; 15[$	10	4	40	400
$[15; 25[$	20	14	280	5600
$[25; 35[$	30	5	150	4500
$[35; 45[$	40	2	80	3200
			$\Sigma = 550$	$\Sigma = 13700$

$n = \sum f_i \rightarrow n = 25$

$$\bar{x}_i = \frac{\sum x_i . f_i}{n} = \frac{550}{25} = 22$$

a) Varianza

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{13700}{25} - 22^2$$

$$\sigma^2 = 64$$

b) Desviación estándar

$$\sigma = \sqrt{64}$$

$$\sigma = 8$$

c) Coeficiente de variación

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8}{22} = 0{,}\widehat{36}$$

Propiedades

Sean los datos:

$x_1 ; x_{2;} \ldots\ldots x_n$

$Media: \bar{x}$
Varianza: σ^2
Desviación Estandar: σ

Se cumple:

1. Si a cada dato se le suma una constante k

$x_1 + k; x_2 + k; \ldots\ldots ; x_n + k$

$Media: \bar{x}$ + k
Varianza: σ^2
Desviación Estandar: σ

2. Si a cada dato se le multiplica por una constante k

$x_1\, k; x_2\, k; \ldots\ldots ; x_n\, k$

$Media: \bar{x}$k
Varianza: $\sigma^2 . k^2$
Desviación Estandar: $\sigma . k$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$x_i \longrightarrow x_i . k$$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum [x_i . k - \bar{x} k]^2}{n}$$

$$\sigma'^2 = \frac{k^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma'^2 = k^2 . \sigma^2 = \sigma^2 . k^2$$

$$\sigma' = \sigma . k$$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. La tabla muestra algunos datos sobre las edades de 80 alumnos. Calcule la media.

Edad	f_i	h_i
11		0,25
12	8	
13		0,20
14		
15		0,35

A) 12,4 **B) 13,2** **C) 13,6**
D) 14,0 **E) 14,3**

Resolución

Dato: $n = 80$

$h_i = \frac{f_i}{n} \rightarrow \boxed{f_i = h_i . n}$

Completando la distribución

x_i	f_i	h_i	$x_i f_i$
11	20	0,25	220
12	8		96
13	16	0,20	208
14	8		112
15	28	0,35	420

$\Sigma = 1056$

Como $\Sigma f_i = 80$

$72 + f_4 = 80 \longrightarrow f_4 = 8$

Piden $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{n} = \frac{1056}{80}$

$\bar{x} = 13{,}2$

Clave: B

PROBLEMAS

2. Calcular la moda de la variable “y”, sabiendo que la media es 9,6.

y_i	f_i	F_i
5	5	
7		20
9	x + 5	
10	x + 20	75
12		

A) 5 **B) 7** **C) 9**
D) 10 **E) 12**

Resolución

Completando la distribución

y_i	f_i	F_i
5	5	
7	15	20
9	x+5	
10	x+20	75
12	a	n

$n = 75+a$

Se cumple

$$20 + x + 5 + x + 20 = 75$$

$$2x = 30 \longrightarrow x = 15$$

Dato $\bar{x} = 9{,}6 \longrightarrow \frac{\Sigma y_i f_i}{n} = 9{,}6$

$$\frac{5(5)+7(15)+9(20)+10(35)+12a}{75+a} = 9{,}6$$

Resolviendo $a = 25$

Piden $Mo = 10$ **Clave: D**

3. Calcule la mediana de estas temperaturas:

x_i →	T (°C)	20,5	20	19,5	19	18,5	18	17,5
f_i →	N (días)	2	4	3	3	3	4	2

A) 18,75 **B) 19** **C) 19,5**

D) 19,6 **E) 19,75**

Resolución

$21 \rightarrow \frac{21+1}{2} = 11$

De la distribución $n = \Sigma f_i = 21$

Piden: $\text{Me} = x_{11}$

Ordenando los datos:

x_1 x_9 x_{11}

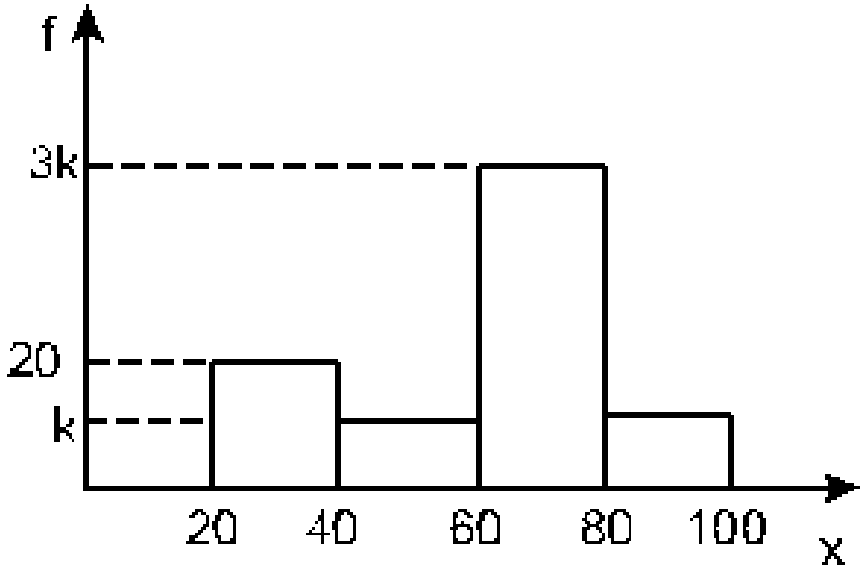
$$\underbrace{20{,}5\ ;\ 20{,}5}_{2v}\ ;\ \underbrace{20\ ;\ 20\ ;\ 20\ ;\ 20}_{4v}\ ;\ \underbrace{19{,}5\ ;\ 19{,}5\ ;\ 19{,}5}_{3v}\ ;\ \underbrace{19\ ;\ 19\ ;\ 19}_{3v}\ ;\ \ldots\ldots$$

$\therefore\ \text{Me} = 19$ **Clave: B**

PROBLEMAS

04. En el histograma, la media es 60. Calcular la mediana

.

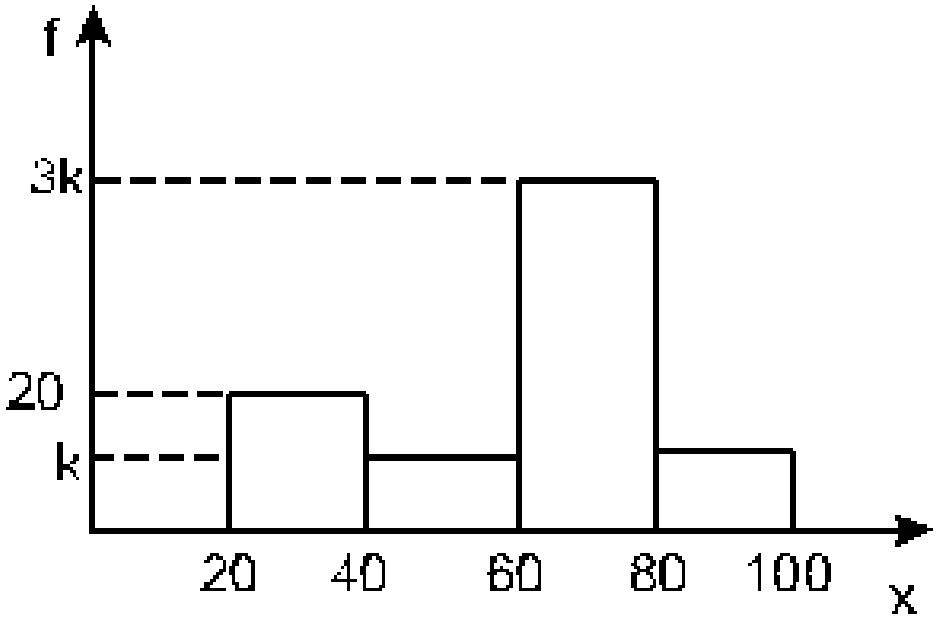


A) 63 B) $64,\overline{4}$ C) 65

D) $66,\overline{6}$ E) 68,5

Resolución

Del histograma



Dato $\bar{x} = 60 \longrightarrow \dfrac{\sum x_i f_i}{n} = 60$

$$\frac{30(20) + 50k + 70(3k) + 90k}{20 + k + 3k + k} = 60$$

Resolviendo $k = 12$

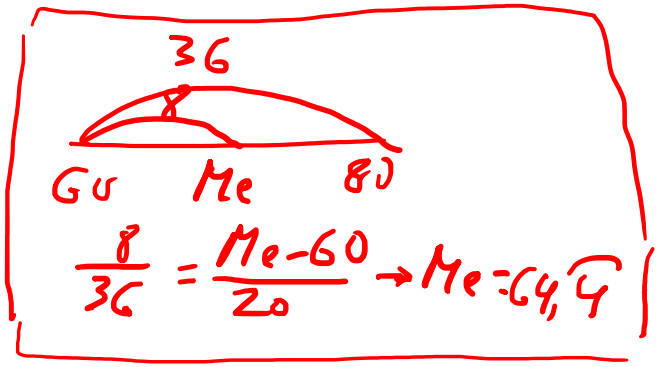
Distribución de frecuencia

I_i	f_i	F_i
[20 ; 40>	20	20
[40 ; 60>	12	32
* [60 ; 80>	36	68
[80 ; 100>	12	80

$\longrightarrow F_i$

Obs: $n = 80 \longrightarrow \dfrac{n}{2} = 40$ $\quad * F_i \geq 40$

Clase mediana: [60 ; 80>



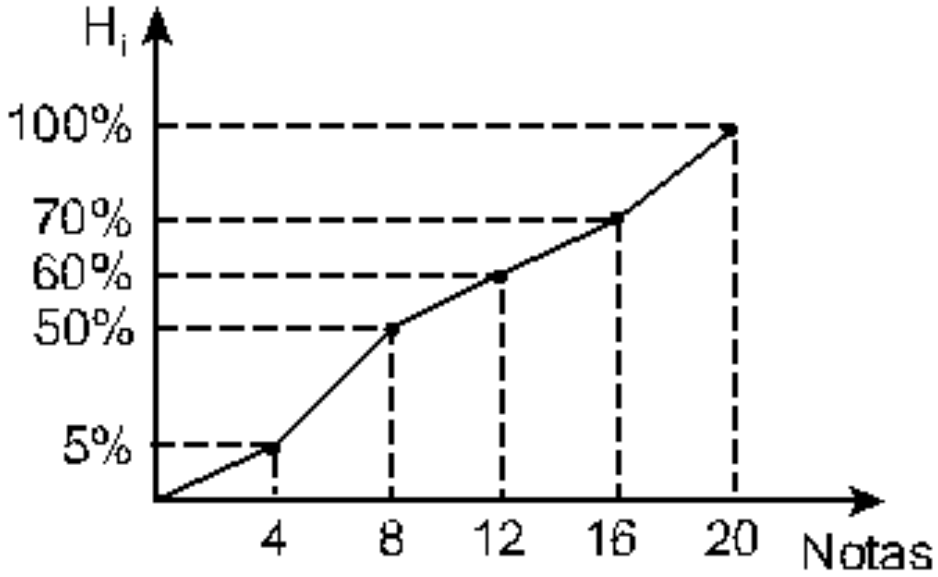
$$M_e = L_i + w\left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right]$$

$$M_e = 60 + 20\left[\frac{40 - 32}{36}\right] = 64,\hat{4}$$

Clave: B

PROBLEMAS

05. Dada la ojiva correspondiente a las notas de los alumnos de un determinado salón, calcular la moda.



A) $6,1\overset{\frown}{3}$ B) $8,2\overset{\frown}{3}$ C) $8,2\overset{\frown}{6}$

D) $8,\overset{\frown}{3}$ E) $6,3\overset{\frown}{2}$

Resolución

De la ojiva, construiremos la distribución de frecuencia

I_i	f_i	F_i	H_i
[0 ; 4>	5k	5k	5%
* [4 ; 8>	45k	50k	50%
[8 ; 12>	10k	60k	60%
[12 ; 16>	10k	70k	70%
[16 ; 20>	30k	100k	100%

Clase modal: [4;8>

$$M_o = L_i + w\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$

$$M_o = 4 + 4\left(\frac{40k}{40k + 35k}\right)$$

$$M_o = 6{,}1\hat{3}$$

Clave: A

PROBLEMAS

Propiedad:

Si se tiene una distribución simétrica unimodal

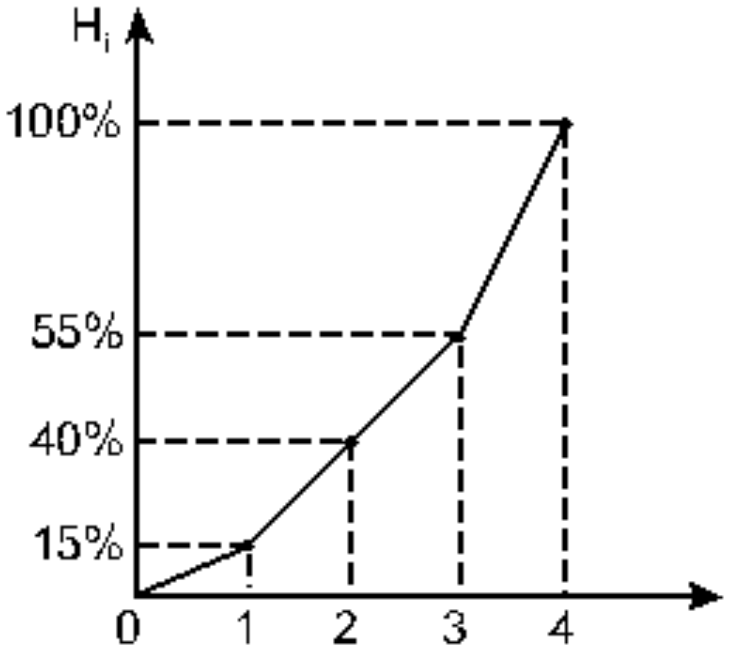
Pesos(Kg)	x_i	f_i
[50 ; 60>		2
[60 ; 70>		8
[70; 80>	75	12
[80 ; 90>		8
[90 ; 100>		2

Se cumple.

$\bar{x} = M_e = M_o$ = 75 → Marca de clase del intervalo central

PROBLEMAS

06. Para la ojiva que se muestra:



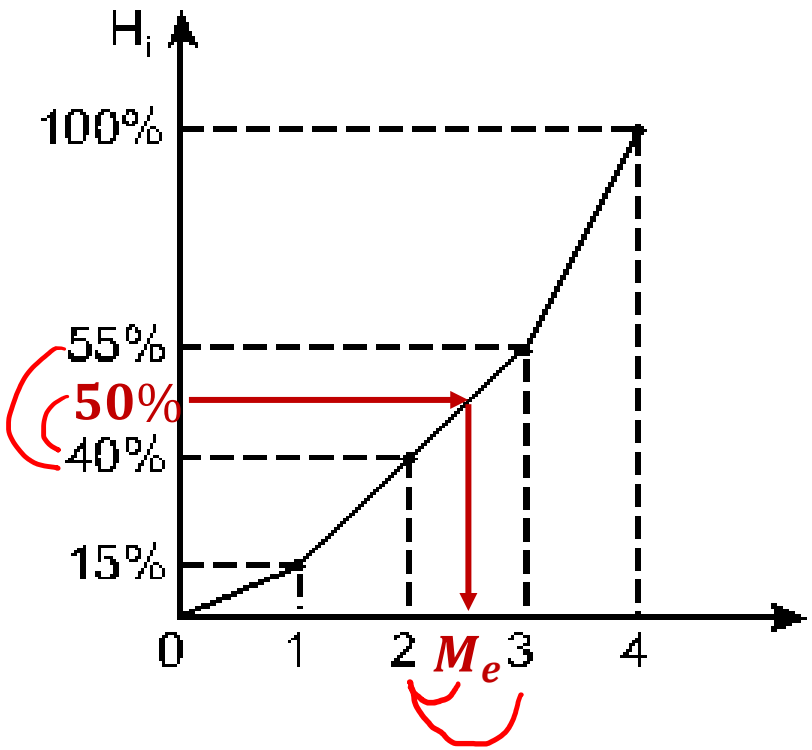
calcular la mediana.

A) $2,\overset{\frown}{1}$ B) $2,\overset{\frown}{2}$ C) $2,\overset{\frown}{3}$

D) $2,\overset{\frown}{4}$ E) $2,\overset{\frown}{6}$

Resolución

De la ojiva



Se cumple

$$\frac{50\% - 40\%}{55\% - 40\%} = \frac{M_e - 2}{3 - 2}$$

$$\frac{10\%}{15\%} = \frac{M_e - 2}{1}$$

$$\therefore\ M_e = 2{,}\hat{6}$$

Clave: E

PROBLEMAS

7. A partir de la siguiente información:

I_i	f_i	h_i	H_i
[10; 20>		0,1	
[20; 30>			
[30; 40>		0,3	
[40; 50>	24		0,85
[50; 60>	30		

Calcular la mediana

A) 31,2 **B) 31,96** **C) 32,33**

D) 33,35 **E) 35,34**

Resolución

Completando la distribución

I_i	f_i	h_i	H_i
[10 ; 20>	20	0,1	
[20 ; 30>	66		
[30 ; 40>	60	0,3	
[40 ; 50>	24		0,85
[50 ; 60>	30	0,15	1,00

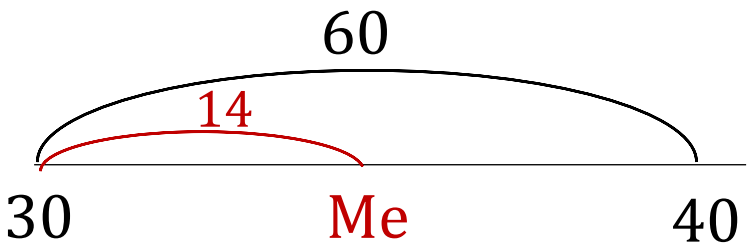
Se cumple

$$0{,}15 = \frac{30}{n} \longrightarrow n = 200$$

Como $\Sigma f_i = 200 \longrightarrow f_2 = 66$

Calculo de la mediana

Como $n = 200 \longrightarrow \frac{n}{2} = 100$



$$\frac{14}{60} = \frac{Me - 30}{10} \longrightarrow M_e = 32{,}\hat{3}$$

Clave: C

PROBLEMAS

8. La tabla muestra la distribución de sueldos de 210 trabajadores de una empresa.

Sueldo	Trabajadores
700 - 800	100
800 - 900	20
900 - 1 000	60
1 000 - 1 100	20
1 100 - 1 200	10

Debido al aumento de la productividad los sueldos tuvieron un incremento de 10% y adicionalmente un aumento de S/50. Calcule el nuevo sueldo promedio.

A) 800,71
B) 900,71
C) 1 000,71
D) 1 100,71
E) 1 200,71

Resolución

De la distribución

Sueldo	x_i	f_i	$x_i f_i$
700 – 800	750	100	75000
800 – 900	850	20	17000
900 – 1000	950	60	57000
1000 - 1100	1050	20	21000
1100 - 1200	1150	10	11500

$\Sigma = 181500$

$n = \Sigma f_i = 210$

Calculo de la media

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{n} = \frac{181500}{210}$$

$$\bar{x} = 864{,}29$$

Luego:

x_i $\quad$ 110% x_i

Sueldo $\longrightarrow$ 110%Sueldo $\longrightarrow$ +S/. 50

Nuevo sueldo promedio

$$\bar{x}' = 864{,}29(1{,}10) + 50$$

$$\bar{x}' = 1000{,}71$$

Clave: C

9. De un cuadro de distribución de frecuencias, con cuatro intervalos de clase y ancho de clase común, la mediana excede a la media en 0,4; la moda es $12,\widehat{6}$; se sabe que: $f_2 = 2f_1 = \frac{f_3}{2}$; $f_4 = \frac{f_2+f_3}{2}$. Calcular la mediana.

A) 9 **B) 10** **C) 11**
D) 12 **E) 13**

Resolución

$$\left.\begin{array}{l} * \ f_2 = 2f_1 = \dfrac{f_3}{2} = 2k \\ * \ f_4 = \dfrac{f_2+f_3}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} f_2 = 2k \\ f_1 = k \\ f_3 = 4k \\ f_4 = 3k \end{array}$$

Distribución de frecuencia

I_i	x_i	f_i
		k
		2k
		4k
		3k

PROBLEMAS

I_i	x_i	f_i
	a - 3w	k
	a - w	2k
* [a ; a+2w>	a + w	4k
	a + 3w	3k

$* \; M_e - \bar{x} = 0{,}4$ ...(1)

$* \; M_o = 12,\hat{6}$ ...(2)

Clase modal: [a ; a+2w>

De (2) $\quad a+2w\left(\frac{2k}{2k+k}\right) = 12,\hat{6} \longrightarrow a+\frac{4w}{3} = 12,\hat{6}$

Cálculo de la mediana

$n = 10k \longrightarrow \frac{n}{2} = 5k$

Clase mediana: [a ; a+2w> $\longrightarrow M_e = a + w$

Cálculo de la media

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{(a-3w)k + (a-w)2k + (a+w)4k + (a+3w)3k}{10k}$$

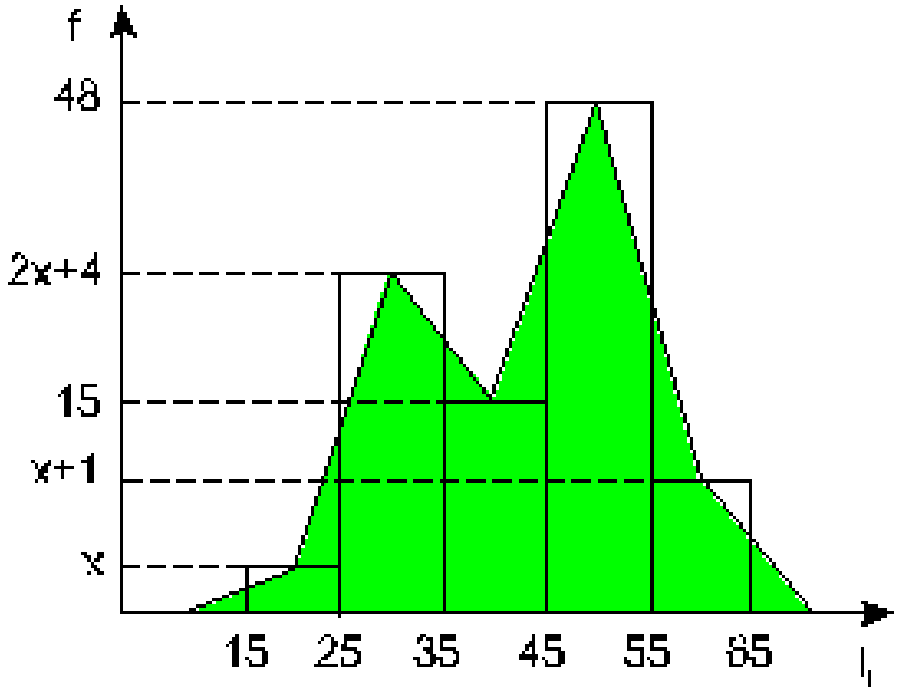
$\bar{x} = a + 0{,}6w$

En (1) $\quad$ (a + w) - (a+0,6w)=0,4 $\longrightarrow w = 1 \;;\; a = 11$

Piden $\quad M_e = a + w = 12$ $\qquad$ **Clave: D**

PROBLEMAS

10. Del siguiente histograma, el área sombreada es 1 000 u^2.

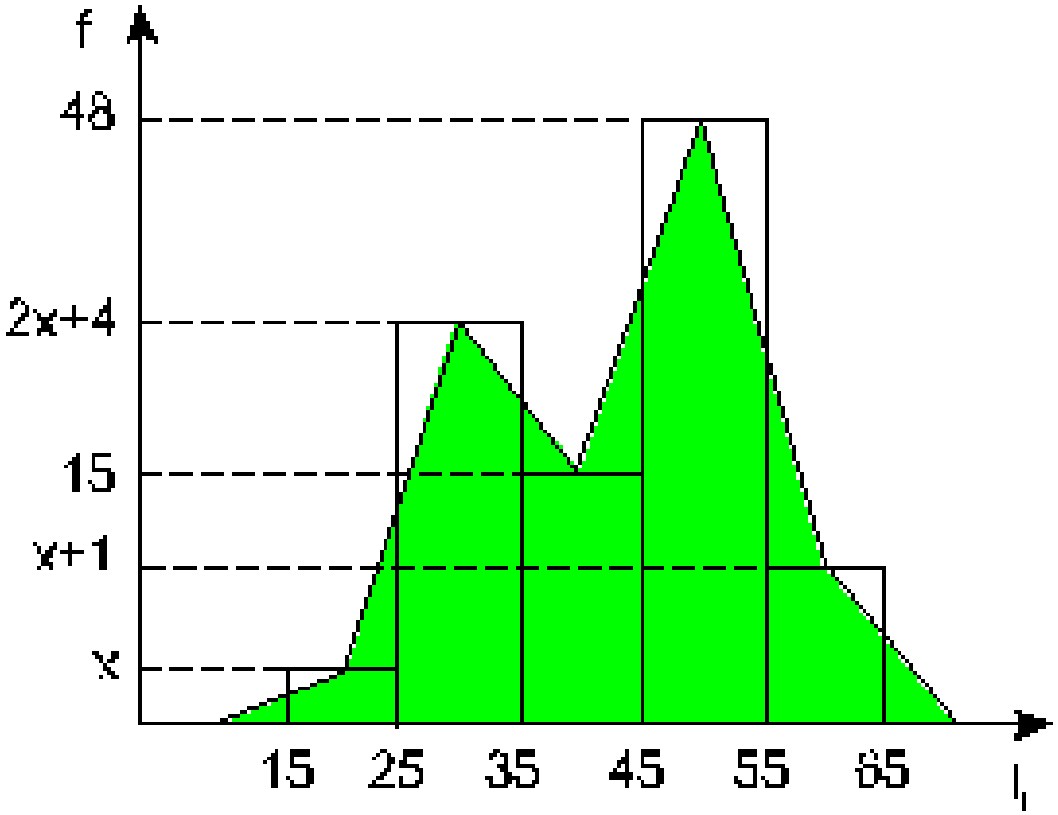


Calcule la media de los datos.

A) 43 B) 47 C) 51

D) 40 E) 45

Resolución



Del grafico

Área del histograma = 1000

10(x+2x+4+15+48+x+1)=1000

4x+68=100 $\longrightarrow$ $x = 8$

Piden $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{n}$ Obs: n = 100

$$\bar{x} = \frac{20(8) + 30(20) + 40(15) + 50(48) + 60(9)}{100}$$

$\bar{x} = 43$ **Clave: A**

11. Las notas de un examen fueron: 10; 12; 15; 16; 17. Calcular la desviación standard de los números.

A) 2,4 **B) 2,5** **C) 2,6**

D) 2,7 **E) 2,8**

Resolución

Datos: 10; 12 ; 15; 16 ; 17

1°) $\bar{x} = \frac{10+12+15+16+17}{5} = 14$

2°) Varianza: $\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-4)^2+(-2)^2+(1)^2+(2)^2+(3)^2}{5}$

$\sigma^2 = 6{,}8$

3°)Desviación estándar $\sigma = \sqrt{6{,}8} = 2{,}6$

Clave: C

12. A partir de la siguiente información:

Número de hijos (x_i)	Número de familias (f_i)
0	1
1	4
2	7
3	6
4	2

Calcular la desviación estándar del numero de hijos.

A) 1,03 **B) 1,08** **C) 1,2**

D) 1,5 **E) 1,7**

Resolución

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
0	1	**0**	**0**
1	4	**4**	**4**
2	7	**14**	**28**
3	6	**18**	**54**
4	2	**8**	**32**

$\Sigma = 44$ $\Sigma = 118$

$n = \Sigma f_i = 20$

1°) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i f_i}{n} = \dfrac{44}{20} = 2{,}2$

2°) $\sigma^2 = \dfrac{\Sigma x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2$

$$\sigma^2 = \frac{118}{20} - (2{,}2)^2 = 1{,}06$$

3°) $\sigma = \sqrt{1{,}06} = 1{,}03$

Clave: A

13. Dado el conjunto de datos:

A = {10; 12; 15; 16; 20}

a cada uno de los datos se le suma 3 unidades, obteniéndose el conjunto de datos B.

Se puede afirmar que A y B tienen:

I. Medias iguales.

II. Varianzas iguales.

III. Desviación estándar iguales.

A) Sólo I **B) Sólo II** **C) Sólo III**

D) II y III **E) Todas**

Resolución

Se tiene: $A = \{10\ ;\ 12\ ;\ 15\ ;\ 16\ ;\ 20\}$ $+3$

$B = \{13\ ;\ 15\ ;\ 18\ ;\ 19\ ;\ 23\}$

Luego I (F)

II (V)

III (V)

Se cumple: $\bar{x}_B = \bar{x}_A + 3$

$\sigma_B{}^2 = \sigma_A{}^2 \longrightarrow \sigma_B = \sigma_A$

Clave: D

14. Sea x una variable que representa el sueldo de los trabajadores de una determinada empresa, donde se conoce $\overline{x}$ que es igual a S/. 800 y varianza de x igual a S/. 50. Si la empresa decide incrementar en 20% el sueldo de cada empleado y luego descontar S/. 20 a cada empleado, ¿cuál es la media y la varianza de los nuevos sueldos? Dar como respuesta la suma de estas cantidades.

A) 1 010 B) 1 011 C) 1 012 D) 1 013 E) 1 014

Resolución

Sueldo: $x_i \longrightarrow \begin{cases} \bar{x} = 800 \\ \sigma^2 = 50 \end{cases}$

Sueldo: $x_i \longrightarrow 120\%\, x_i \longrightarrow$ - S/. 20

Nuevo sueldo: $1{,}2\, x_i$ - 20

Nueva media: $800*1{,}2 - 20 = 940$

Nueva varianza: $50 * (1{,}2)^2 = 72$

Piden $940 + 72 = 1012$ **Clave: C**

PROBLEMAS

15. Calcular la diferencia entre la moda y mediana, sabiendo que la moda es 60 y pertenece al tercer intervalo.

Intervalo	f_i
16 - 32	6
32 - 48	n
48 - 64	8
64 - 80	3n
80 - 96	3

A) 1 **B) 2** **C) 3**
D) 4 **E) 5**

Resolución

De la distribución

I_i	f_i
16 - 32	6
32 - 48	n
48 - 64	8
64 - 80	3n
80 - 96	3

$d_1 = 8 - n$

$d_2 = 8 - 3n$

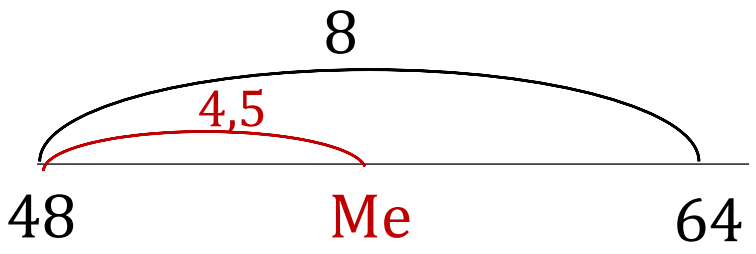
Por dato: Clase modal: [48 ; 64>

$$M_o = 60 \longrightarrow L_i + w\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right] = 60$$

$$48 + 16\left(\frac{8 - n}{16 - 4n}\right) = 60 \longrightarrow n = 2$$

*Calculo de la mediana

Tamaño de la muestra: 25 $\longrightarrow$ 12,5



Se cumple:

$$\frac{4{,}5}{8} = \frac{Me - 48}{16}$$

$$M_e = 57$$

Piden $Mo - Me = 3$ **Clave: C**

16. Las notas de un examen de 6 alumnos es 6; 5; 9; 19; 3 y 18; un alumno aprueba si su nota es mayor o igual que la media y que la mediana. ¿Qué porcentaje de los alumnos aprobaron el examen?

A) $16,\widehat{6}$ **B) 33,3** **C) 50,0**

D) $66,\widehat{6}$ **E) $83,\widehat{3}$**

Resolución

Notas: 6; 5; 9; 19; 3; 18 $\longrightarrow$ 6 notas

Ordenando 3; 5; 6; 9; 18;19

$$* \, Me = \frac{6+9}{2} = 7{,}5$$

$$* \, \bar{x} = \frac{3+5+6+9+18+19}{6} = 10$$

Aprobaron: 19; 18 $\longrightarrow$ 2 notas

En porcentaje: $\frac{2}{6} * 100\% = 33{,}3\%$

Clave: B

PROBLEMAS

17. Calcular la mediana de los siguientes datos:

Intervalo	f_i
10 - 20	2
20 - 30	3
30 - 40	5
40 - 50	8
50 - 60	12

A) 43
B) 44,5
C) 43,72
D) 46,25
E) 47,20

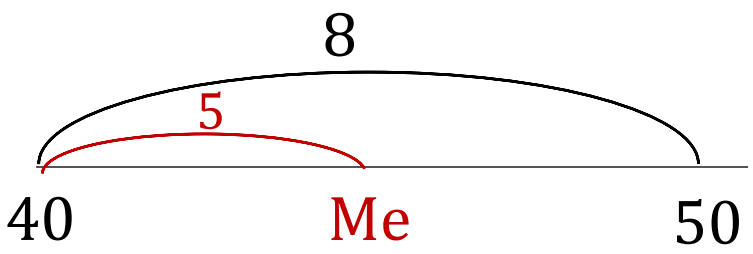
Resolución

De la distribución

I_i	f_i
10 - 20	2
20 - 30	3
30 - 40	5
40 - 50	8
50 - 60	12

$$n = \Sigma f_i \longrightarrow n = 30 \quad ; \quad \frac{n}{2} = 15$$

Clase mediana: [40 ; 50>



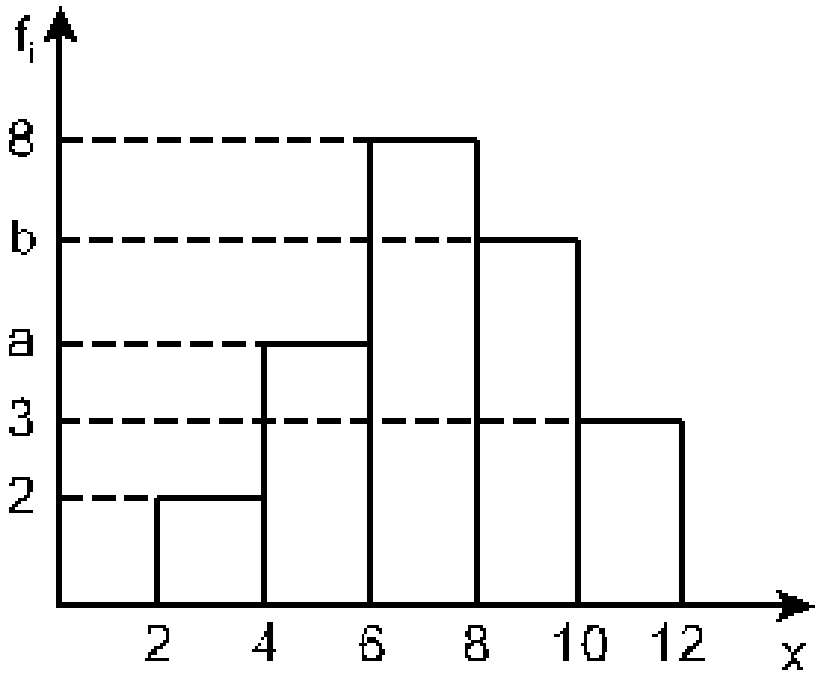
Se cumple: $\dfrac{5}{8} = \dfrac{Me - 40}{10}$

$$Me = 46{,}25$$

Clave: D

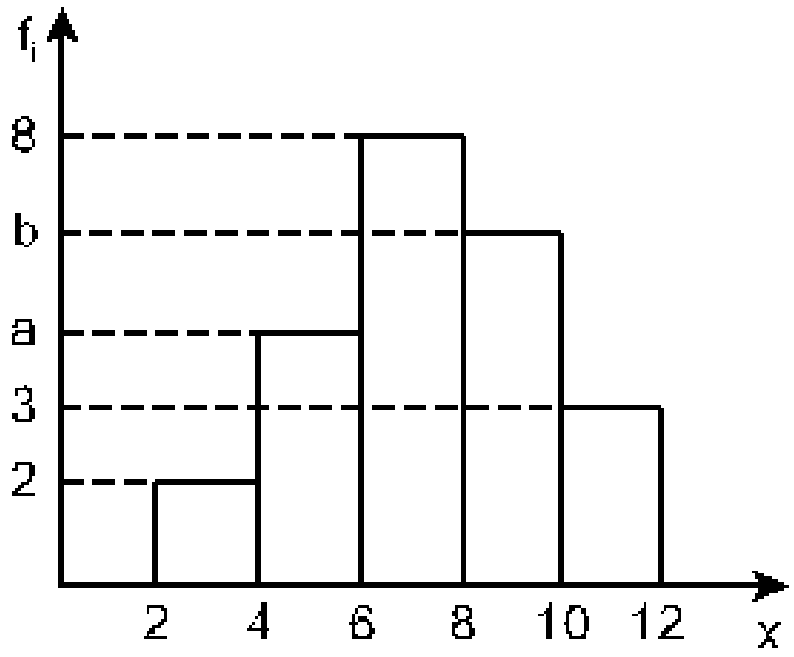
PROBLEMAS

18. En el histograma se tiene que la moda es $7,\overset{\frown}{3}$. Luego $a + b$ es:



A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

Resolución



Clase modal: [6 ; 8>

Dato: $Mo = 7,\hat{3} \longrightarrow L_i + w\,[\dfrac{d_1}{d_1 + d_2}] = 7,\hat{3}$

$$6 + 2\,[\frac{8 - a}{8 - a + 8 - b}] = 7,\hat{3} \longrightarrow 2b = a+8 \quad ....(1)$$

Del histograma: $3 < a < b < 8$

De (1) Para $a = 4 \longrightarrow b = 6 \longrightarrow a + b = 10$

Para $a = 6 \longrightarrow b = 7 \longrightarrow a + b = 13$

Clave: C

PROBLEMAS

19. De la tabla:

x_i	f_i
2	10
4	20
7	30
9	20

Calcular la desviación estándar.

A) 2,15 **B) 2,36** **C) 3,25**

D) 4,62 **E) 5,61**

Resolución

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
2	10	**20**	**40**
4	20	**80**	**320**
7	30	**210**	**1470**
9	20	**180**	**1620**

$n = \Sigma f_i \longrightarrow n = 80$

1°) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i f_i}{n} = \dfrac{490}{80} = 6{,}125$

2°) $\sigma^2 = \dfrac{\Sigma x_i^2 f_i}{n} - \bar{x}^2$

$$\sigma^2 = \frac{3450}{80} - (6{,}125)^2$$

$$\sigma^2 = 5{,}61$$

3°) $\sigma = \sqrt{5{,}61} = 2{,}36$ **Clave: B**

20. Dado el conjunto de datos: 1; 2; 3; …; n (n: impar). Halle la varianza

A) $\frac{n^2-1}{6}$ B) $\frac{n+1}{6}$ C) $\frac{n^2-1}{12}$

D) $\frac{n^2}{6}$ E) $\frac{n^2+1}{2}$

Resolución

Datos: 1; 2 ; 3 ; ….; n Piden $\sigma^2 = \frac{\Sigma {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2$

1°) $\bar{x} = \frac{1+2+3+\ldots+n}{n} = \frac{n+1}{2}$

2°) $\sigma^2 = \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n} - (\frac{n+1}{2})^2$

$$\sigma^2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n+1)^2}{4} = (\frac{n+1}{12})(4n+2-3n-3)$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{n+1}{12}\right)(n-1) = \frac{n^2-1}{12}$$

Clave: C

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS

03. De la tabla de frecuencias acerca de la estatura en centímetros de un grupo de 50 adolescentes.

Estatura	X_i	f_i	H_i
[; [			
[; [			
[165; 170 [	167,5		
[170; [		10	96%
[; 180 [			100%

Halle la moda de los datos, si la distribución es simétrica y de ancho de clase común.

A) 166,2 B) 166,5 C) 167

D) 167,5 E) 168

Resolución

Resolución

$180-170 = 20 \rightarrow w = 5$

Como la distribución es simétrica

$M_o = 167,5$

También

$\bar{X} = M_e = 167,5$